

Sobre IA y matemáticas

(un torpe doctorante)

En los últimos meses hemos sido testigos de una explosión del poder de la IA para trabajar en matemáticas.

El propósito de este artículo es explicar y desarrollar la frase anterior. Para eso, debemos precisar qué significa «poder», «trabajar» y «matemáticas».

Antes de eso, algo sobre quién escribe, porque todo lo que sigue está guiado por una visión bastante personal de la matemática. Disfruto imaginando universos, visualizando su movimiento y jugando a explorarlos. Soy aleatoriamente curioso: me interesa desde el punto de cocción ideal del pollo en un *cordon bleu* hasta lo que me contaron alguna vez sobre el horizonte de eventos de un agujero negro. Me disperso, y tiendo a hiperenfocarme.

Lo que me hizo perseguir esta carrera fue descubrir que podemos algebrizar muchas de las imágenes que tenemos en la cabeza. El producto cruz y el producto interno algebrizan la geometría euclidiana de $\mathbb{R}^3$; la dualidad de Poincaré, en cierto sentido, algebriza la intersección de subvariedades en dimensión 4. Después uno puede trabajar con el diccionario que se genera entre esa álgebra y las imágenes que codifica, y ahí está mi placer: cuando descubro—o me cuentan, o atestiguo—cómo una propiedad algebraica, quizás escondida, se traduce en una propiedad visual, siento alegría. En última instancia, por eso hago matemática: persigo esa sensación.

Hay varios procesos en este camino. Suponiendo dada una forma de describir lo visual matemáticamente, primero debemos algebrizar. Supongo que, en palabras modernas, esto sería equivalente a construir un funtor (o algo del estilo) de una categoría «geométrica», como variedades de algún tipo, a una categoría «algebraica», como R -módulos.

Aquí encontramos un primer problema. Las preguntas «qué funtor construir», «cómo construirlo» y «qué propiedades debería capturar este funtor» están íntimamente relacionadas, no tienen una sola respuesta y dependen mucho de la estética del matemático.

Por ejemplo, la noción de grupo fundamental aparece por primera vez en el trabajo de Poincaré en forma de monodromía. Hoy sabemos que la monodromía no es directamente el grupo fundamental, sino una «sombra» del mismo. Luego pasó un tiempo de experimentos, ejemplos, fallos, etc., hasta que los humanos concebimos la noción de homotopía, para luego formular la definición actual de grupo fundamental. *Voilà, le groupe fondamental*.

Luego de haber propuesto una tentativa de funtor, deberíamos ser capaces de razonar con él y derivar consecuencias visuales: las llamadas aplicaciones.

Por ejemplo, en Perú, una vez definido el grupo fundamental, un alumno de pregrado es totalmente capaz de probar el teorema de la bola peluda para S^2 (quizás con alguna pista de dónde mirar). Sin conocer el grupo

fundamental, quizás un estudiante brillante podría, con mucho esfuerzo y tiempo, usar análisis en $\mathbb{R}^n$ y topología para probar el mismo resultado, y se sentiría orgulloso de ello.

Escondido está el proceso acumulativo del conocimiento matemático. Cada nueva definición reposa sobre conceptos y abstracciones anteriores, y no podemos ignorar el enorme esfuerzo que supone para un ser humano pasar del cálculo elemental a trabajar cómodamente con variedades diferenciables. La educación matemática actual sigue siendo, en gran medida, lenta y rígida: se enseña desde lo abstracto, relegando los ejemplos a un rol secundario. Los libros se escriben olvidando la historia de los objetos y lanzan definiciones incomprensibles para un estudiante sensible, como si fuera obvia la noción de homotopía, o la de topología. Nos paramos sobre los hombros de quienes hicieron el trabajo y desconocemos ese trabajo y su proceso. Guárdate esta queja, que vuelvo a ella más abajo.

Finalmente, una idea que tomo prestada de un amigo dice que la matemática tiene más carácter de arte que de ciencia. ¿Cuál es el propósito de la matemática? ¿Qué es importante en matemática? Por ejemplo, la física está intrínsecamente motivada por entender el universo; la economía quiere resolver el problema de la escasez, etc. Pero ¿qué es importante en matemática? ¿Por qué «importa» la homología de Floer? Siempre nos excusamos: decimos que la mecánica clásica está (por ahora) en el lenguaje de la topología simpléctica, que el electromagnetismo está escrito (por ahora) en el lenguaje de los fibrados principales. Pero ¿realmente eso la hace importante? ¿Es acaso la ambición de contribuir a estas teorías físicas lo que un matemático tiene en mente al hacer matemática? Es claro que en el mundo actual seguimos modas: el programa de la SFT, el programa de Langlands, la hipótesis de Riemann, la teoría de homotopía de Floer, etc. Creo que muchos de nosotros trabajamos por herencia: el tema doctoral lo propone un orientador que carga sus sesgos, perspectivas e intereses. Pero ¿realmente exploramos lo que nos interesa a *nosotros*? Es inevitable para muchos de nosotros. Concebir un proyecto en matemáticas demanda muchos más saberes previos que en otras áreas, pero debemos aprender a independizarnos y perseguir nuestras propias preguntas.

Es desde este contexto mental propio que vi aparecer la IA: una nueva, digamos, herramienta que, desde mi perspectiva, parece estar destruyendo y transformando muchos de los puntos anteriores.

PODER

Unas cuantas consultas bastan para usar todas las herramientas matemáticas existentes para explorar un ejemplo, hacer alguna cuenta o testear una conjetura que usualmente tomaría meses. Si los humanos tuviéramos ese superpoder, quizás en los años veinte hubiéramos resuelto toda la topología algebraica clásica. En mi trabajo tengo muchas ideas, y uno de mis *prompts* más usuales, luego de revisar los casos triviales, es «busca contraejemplos

para esta afirmación». Si encuentra alguno, el siguiente paso es entender el fallo y ver qué tan esencial es. Claro que esto último no lo puede hacer la IA sola, pues no está escrito en matemáticas, y son las ideas capturadas por las matemáticas las que me interesan en este momento.

Claramente también le podría hacer preguntas totalmente cerradas: «prueba o refuta XXXX». En este caso, la IA tendrá en su cerebritito todas las herramientas matemáticas alguna vez escritas en algún *paper* oscuro y podrá combinarlas sin cansancio para intentar dar con una respuesta. Muchas veces lo logrará, y claro que lo hará mucho mejor que los humanos, pues computa mucho más rápido, no se frustra si algo no funciona y tiene tanta energía como electricidad aguanten nuestras billeteras. Esto me parece especialmente interesante, porque parece eliminar el componente de «brillantez» de la matemática. Si no existiera la noción de grupo fundamental, ¡la IA seguramente sería más rápida que un estudiante de pregrado brillante al probar el teorema de la bola peluda usando solo análisis en $\mathbb{R}^n$ y topología! Esto tiene todo el potencial para destruir egos, pues un humano jamás podrá igualar a la máquina, y solemos medir el talento con una vara de «qué problemas difíciles de matemática puedes resolver» (olimpiadas, premios de una fundación, etc.). Una tesis que descansa en una pregunta cerrada podría tranquilamente ser atacada por la IA; quizás no resuelta, pero sí atacada.

En mi visión, el resultado en sí no me causa felicidad ni motivación: lo interesante vive, al fin de cuentas, en las imágenes que están en mi cabeza. Mientras la IA no pueda instalarme esas imágenes en la cabeza, hay trabajo que hacer.

TRABAJAR

Hasta ahora, el trabajo de un matemático consistía en tomar una situación e intentar entenderla lo máximo posible. Muchas veces ese esfuerzo terminaba en algún teorema «grande» de clasificación o de cálculo. Por ejemplo, querer entender las superficies—cuáles hay y cuántas—terminó en el teorema de clasificación de superficies. Este programa requirió las nociones de género y orientabilidad, y el desarrollo de herramientas e invariantes como las triangulaciones, el grupo fundamental, etc. La idea que tengo es que mucho del trabajo que se hizo fue explorar ejemplos, probar propiedades, testear definiciones y calibrar hipótesis, y es en este tipo de trabajo donde encuentro muy útil a la IA. Sin embargo, formular definiciones, detectar fenómenos en ejemplos y conjeturar a largo plazo son, creo yo, actividades que responden más a cuestiones estéticas que racionales, y creo que para esto los humanos somos mucho mejores que la máquina. Quizás la IA sea para nosotros lo que la calculadora fue para los contadores, y nos haga libres.

MATEMÁTICAS

Esto me lleva a repensar lo que son las matemáticas. La IA parece estar reduciendo la fricción cognitiva, y eso dota de tiempo y libertad a los matemáticos para alzar la cabeza. Quizás ahora los matemáticos «genios» no necesiten una horda de posdoctorandos y doctorandos que los sigan como borregos para responder las preguntas que ellos tienen. Quizás ahora la IA pueda hacerlo por ellos, lo cual, me gustaría pensar, liberará a los estudiantes e investigadores jóvenes para concebir sus propias preguntas y perseguir su curiosidad sin temor a ser juzgados por un «poder mayor».

Y si lo que quieres es aprender, explorar las ideas de otros o seguir el desarrollo de una rama entera, la IA también es un excelente aliado. Aquí vuelvo a la queja de más arriba: los libros que borran la historia de los objetos y sueltan la definición ya cocinada, como si siempre hubiera estado ahí. Resulta que la IA es justamente la cosa capaz de devolvernos esa historia y esos ejemplos, a demanda y a la medida de lo que uno quiere entender.

Las últimas dos semanas aprendí un poco de geometría compleja así. Cabe decir que no es que le haya pedido «explícame todo, porfis». Le dije lo que me interesaba—que quería geometría compleja al servicio de mis propias preguntas, para no tener que leer libros enteros de cosas que no están bien motivadas—y le pedí que no me explicara nada, sino que me hiciera preguntas. Preguntas sobre ejemplos particulares que me permitieran observar por mí mismo las versiones de juguete de los teoremas grandes, para después conjeturarlos yo. La prueba, si viene o no, es opcional: para mí las demostraciones son el punto final al que se llega luego de haber jugado mucho con algo, no algo que se fuerza ni se estudia.

Dicho de otro modo: durante siglos el orden en que se expone la matemática fue el inverso del orden en que se descubrió, y lo aceptamos porque no había alternativa barata.

Ahora sí la hay. Un buen uso de la IA tiene el potencial de revolucionar la forma en la que exploramos y consumimos matemática.

UN MUNDO DE CONTRADICCIONES

Y sin embargo. Así como la revolución industrial nos trajo el sedentarismo, y la única salida terminó siendo buscar a propósito ocasiones para movernos, la IA podría muy bien reducir esta fricción cognitiva hasta el punto de atontarnos. Vuelvo al estudiante de más arriba: quizás el que probó la bola peluda a pulso, con análisis en $\mathbb{R}^n$ y topología, se hizo más preguntas en el camino, se formó imágenes nuevas en la cabeza y abrió caminos que el otro nunca llegó a ver. Yo lo puse como ejemplo de que la máquina vuelve prescindible la brillantez; sirve igual de bien para lo contrario.

Hay que encontrar un balance. Ya no hace falta correr maratones todos los días para conseguir comida, pero tampoco se trata de quedarse cómodo en el

sillón pidiendo *delivery*.

Por eso, en el fondo, le pido a la IA que no me explique nada. Que converse conmigo, que me ayude a destrabarme, que me haga preguntas y me ponga delante situaciones que me obliguen a pensar. No se trata de pedirle ayuda para aquello de lo que somos intelectualmente incapaces, sino para aquello en lo que somos ineficientes, o aquello que excede el tiempo que tenemos.

Y si alguien pregunta para qué conservar esa fricción cuando la máquina ya puede con casi todo, mi respuesta es la misma con la que empecé: el resultado nunca fue el punto. El punto era la alegría de ver cómo una propiedad algebraica escondida se convierte, de golpe, en una imagen. Esa parte todavía no me la puede instalar nadie.

Quizás en unos meses esto quede obsoleto y yo piense distinto. Por ahora, aquí estamos.